

2021 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：109.12.13

考試時間：09：00～11：00

說明：本試卷共計 30 題填充題，滿分 150 分。請依題號將答案填入答案卷中。

甲、1~10 題每題 6 分，乙、11~20 題每題 5 分，丙、21~30 題每題 4 分。

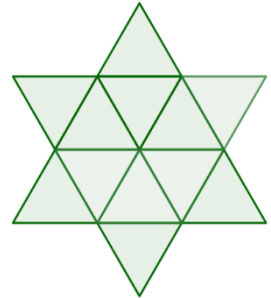
1. 假設 $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}\right) = \frac{\blacksquare}{216}$ ，則 $\blacksquare = ?$
2. 有一個長方體的盒子，盒內的長寬高分別是 30 公分、48 公分、60 公分。若要用 720 個長、寬分別為 6 公分及 4 公分的小長方體恰堆滿整個盒內的空間，則此小長方體的高為何？
3. 有一音樂廳觀眾席共有 9 排座位，已經知道後排都比前排多 2 個座位，而且第 5 排有 10 個位子，請問總共有多少個座位？
4. 有一瓶裝有由純水與純酒精製成之 800 毫升濃度 75% 的酒精溶液，如果要將此溶液加入適量純水或純酒精，使其調製成 2000 毫升酒精溶液，則此溶液的濃度最高為？
5. $A = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 為連續 n 個整數相乘，若 A 恰有 10 個相異的質因數，則正整數 n 的最小值為何？
6. 計算 $\left(1 + \frac{2}{3}\right) \times \left(1 + \frac{2}{5}\right) \times \left(1 + \frac{2}{7}\right) \times \left(1 + \frac{2}{9}\right) \times \cdots \times \left(1 + \frac{2}{19}\right)$ 的值為何？

2021 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

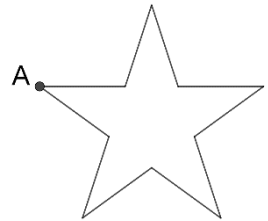
考試日期：109.12.13

考試時間：09：00～11：00

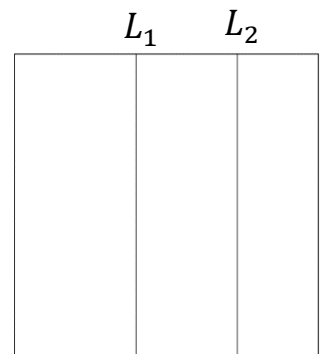
7. 右圖中共出現幾個正三角形？



8. 在右圖星形花園中，每邊的長 20 公尺。若從 A 點開始，沿著邊界每間隔 5 公尺種一棵樹，則種滿星形花園的邊界需要幾棵樹？





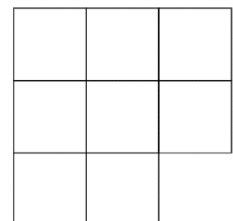
9. 有一張邊長為 30 公分正方形的紙，一天小明沿著右圖中的 L_1 、 L_2 兩條直線，將紙張裁切。假設裁切後，經測量發現甲的寬度比乙的寬度多出 0.1 公分，丙的寬度比乙的寬度少 0.4 公分，則丙的寬度為？



10. 一個房間的地面是由 8 個正方形所組成，如右圖。

今想用長方型磁磚鋪滿地面，已知每一個長方形磁磚

可以覆蓋兩個相鄰正方形，即  或 ，則用 4 塊磁磚鋪滿房間地面的方法有幾種？



2021 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：109.12.13

考試時間：09：00～11：00

11. 若 a 為正數，且 $a^2 = 66\frac{1}{64}$ ，則 a 之值為何？

12. 計算 $12 \times 9 \times 43 + 38 \times 9 \times 43 + 12 \times 11 \times 43 + 38 \times 11 \times 43 + 12 \times 9 \times 57 + 38 \times 9 \times 57 + 12 \times 11 \times 57 + 38 \times 11 \times 57$ 的值為何？

13. 試求 $(4^2 + 1)(4^4 + 1)(4^6 + 1)(4^8 + 1)$ 的個位數字是多少？

14. 假設洗淨每一平方公尺的布所需的洗衣粉是固定的，已知可以用 $1\frac{2}{3}$ 匙的洗衣粉可以將2公尺長， $2\frac{2}{5}$ 公尺寬的布洗淨；則若要將8.1公尺長， $2\frac{2}{3}$ 公尺寬的布洗淨，需要多少匙的洗衣粉？

15. 現有一正三角形與圓，已知正三角形的周長為圓半徑的3倍，則此正三角形和圓的面積誰比較大？

2021 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：109.12.13

考試時間：09：00～11：00

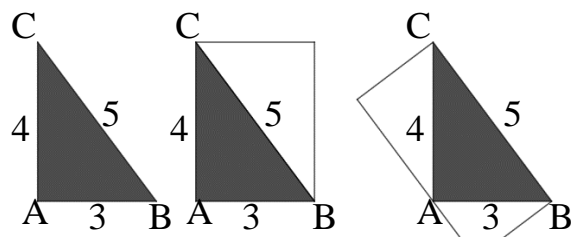
16. $a = 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^3$ ，試求 a 除以 5 的餘數？

17. 彌豆子有 1000 元，媽媽為了鼓勵她存錢，每年欲多給她 10% 的錢作為獎勵，其計算公式為：現有的錢 $\times 10\%$ 。例如：第 1 年結束後彌豆子可以多得到 $1000 \times 10\% = 100$ 元的獎勵。請問 3 年後，彌豆子共有多少錢？

18. 在邊長為 2 的正方形中(含邊界)，任意丟擲石頭，則只需要幾顆，就可以保證至少有 2 顆的距離不超過對角線長度的一半。

19. A、B 兩位同學手上有一堆鉛筆，A 說：如果我從你手上拿過來一枝鉛筆，我的鉛筆數就是你的兩倍；如果你從我手上拿過去一枝，你的鉛筆數就和我的一樣。問 A 手上原有幾枝筆？

20. 有一直角三角形 ABC，邊長如圖一。以 AB 線段為長或寬，畫出一個包住此三角形的長方形，且三角形的另一個頂點落在長方形的頂點上，如圖二，此長方形的面積為 M。另外，以 BC 線段為長或寬，畫出一個包住此三角形的長方形，且三角形的另一個頂點落在長方形的邊上，如圖三，此長方形面積為 N。求 $M - N = ?$



2021 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：109.12.13

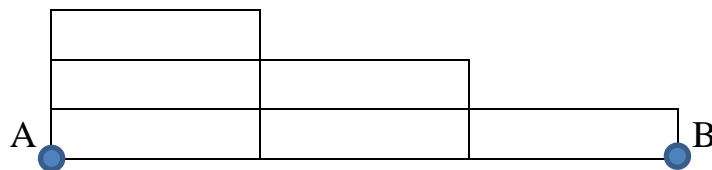
考試時間：09：00～11：00

21. 試問時鐘的時針與分針會在五點 n 分到五點 $n+1$ 分之間重疊，則整數 n 值為何？

22. 計算 $\frac{1}{1+1} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{3+9} + \frac{1}{4+16} + \frac{1}{5+25} + \cdots + \frac{1}{2020+2020 \times 2020}$ 的值為何？

23. 有甲、乙 2 位工人要被選派去修建一座橋，假設甲、乙 2 位工人的工作效率是固定的，依照過往的經驗可以預估，如果僅派出甲、乙 2 人，則工期需 7 天；如果僅派出乙 1 人，則工期需 21 天；那麼若只派出甲 1 人，則可預估工期需幾天？

24. 如下圖，假設可以沿著路線圖往右、往上或往下走，但走過的路不能重複走，則由 A 點走到 B 點共有幾種走法？



2021 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：109.12.13

考試時間：09：00～11：00

25. 有一遊戲為兩人輪流拿取 50 顆乒乓球，每人每次可以拿 1 到 3 顆，取到最後一顆的人就輸了。今甲乙兩人依序取球，已經知道甲第一次拿了 3 顆乒乓球，而且乙知道獲勝的方法。則乙為了保證獲勝，第一次應該拿幾顆球？
26. 從 1~9 的數字中挑出三個相異數字，若以這三個數字組成一個最小的三位數為 A，若以這三個數字組成一個最大的三位數為 B。假設 A 除以 5 的餘數為 1，B 除以 5 的餘數為 4，則組成第二大的三位數除以 25 的餘數為何？
27. 小明從家裡走到學校都只會走一條路程有 1000 公尺的路，一天上學時，他起初用了每分鐘 50 公尺的速率走了一段時間。接著發現離學校記遲到的時間點只剩 5 分鐘了，於是加快步伐，以每分鐘 75 公尺的速率行走，並且恰巧在學校記遲到的時間點抵達學校，則小明這一天用了多久的時間從家裡走到學校。
28. 如右圖，從數字 1 所在的位置依照圖中的螺旋方向向外，依照 1、2、3、…進行編號。試問：數字 109 位於「由數字 1 所在的位置往右 3 格再往上_____格」的位置。

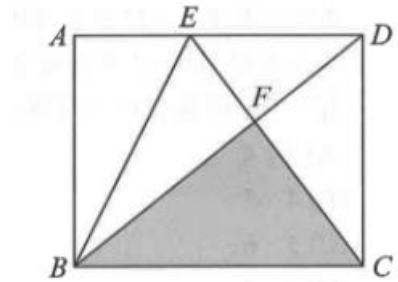
?	17	18	19	20	21
?	16	5	6	7	22
?	15	4	1	8	23
?	14	3	2	9	24
?	13	12	11	10	25
?	?	?	?	?	26

2021 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

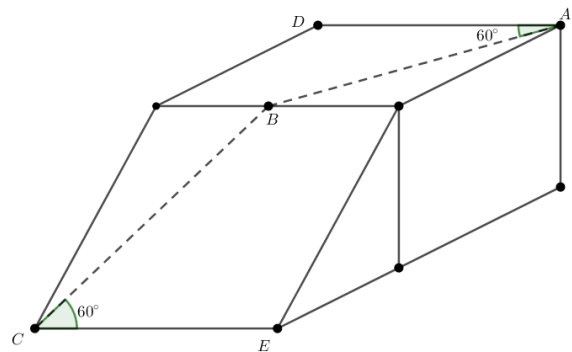
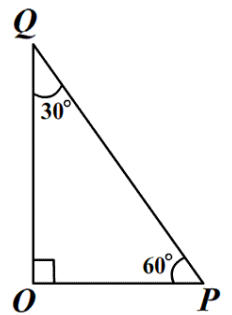
考試日期：109.12.13

考試時間：09：00～11：00

29. 如右圖，矩形 ABCD 的面積為 80。其中，E 點在 AD 邊上， \overline{EC} 與 \overline{BD} 相交於 F 點。若三角形 DEF 的面積為 9，三角形 ABE 的面積為 16，則三角形 BFC 的面積為何？



30. 一直角三角形 OPQ ，如右圖。若已知 $\overline{OP}:\overline{OQ}:\overline{PQ} = 1:\sqrt{3}:2$ 。現有一片平台，是由一塊長方體組成。平台接著有一塊斜坡，是由一個橫躺的直角三角柱鄰接在平台旁，如下圖。小明從圖中的 A 點走到平台與斜坡的交界線中 B 點的位置，之後再從 B 點走到 C 點。已知 AD 邊與 AB 邊的夾角跟 BC 邊與 CE 邊的夾角都是 60 度，且 $\overline{AD}=15$ 公尺。則小明從 A 點經過 B 點再走到 C 點共走了多少公尺？



2021 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：109.12.13

考試時間：09：00～11：00

甲、1~10 題每題 6 分。

1	19	2	5	3	90	4	90%
5	29	6	7	7	20	8	40
9	9.7	10	4				

乙、11~20 題每題 5 分。

11	$\frac{65}{8}$	12	100000	13	1	14	$7\frac{1}{2}$
15	圓	16	4	17	1331	18	5
19	7	20	0				

丙、21~30 題每題 4 分。

21	27	22	$\frac{2020}{2021}$	23	10.5	24	24
25	2	26	20	27	17.5	28	5
29	25	30	30				