

說明：本試卷共計 30 題填充題，滿分 150 分。請依題號將答案填入答案卷中。

甲. 1~10 題每題 4 分

01. 請求算 $1\frac{1}{4} + 2\frac{2}{16} + 3\frac{3}{64}$ 之值

ANS: $6\frac{27}{64}$ 或 6.421875 ($1\frac{1}{4} + 2\frac{2}{16} + 3\frac{3}{64} = 6\frac{27}{64}$)

02. 某班 48 人. 完成國語與數學作業情況有三種：一種是做完國語，但沒做完數學；一種是做完數學，但沒做完國語；一種是數學，國語都做完. 現在已知：做完國語的有 35 人，做完數學的有 40 人. 試求：數學，國語都做完的有多少人？

ANS: 27 人 ($35 + 40 - 48 = 27$)

03. 兩個正整數相除得商 12，得餘 8. 現已知被除數與除數的差是 833，試求這兩正整數之和.

ANS: 983 ($a = 12b + 8 = b + 833 \Rightarrow b = 75, a = 908$)

04. 請求算 2004×125 之值

ANS: 250500 ($2004 \times 1000 \div 8 = 2004000 \div 8 = 250500$)

05. 試求算下列級數之和:

$$\frac{2004}{1 \times 2} + \frac{2004}{2 \times 3} + \cdots + \frac{2004}{2003 \times 2004}$$

ANS: 2003 ($2004 \times \left(\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right] + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right] + \cdots + \left[\frac{1}{2003} - \frac{1}{2004} \right] \right) = 2004 \times \left(1 - \frac{1}{2004} \right) = 2003$)

06. 數字 0, 1, 2, 3, 4, 5 可以組成多少個三位數？

ANS: 180 ($5(1 \sim 5) \times 6(0 \sim 5) \times 6(0 \sim 5) = 180$)

07. 試求算下列分式之值:

$$\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}}}}{\frac{1}{3}}$$

ANS: $\frac{109}{57}$ 或 $1\frac{52}{57}$

08. 如圖所示



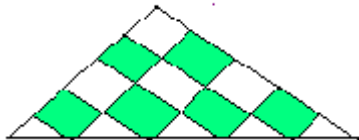
此立方體上層表面，凹進去一個小方塊. 現將此立方體表面塗成綠色. 試問：恰兩面被塗成綠色的小方塊共有幾塊？

ANS: 8 塊 (最下層邊角與中間層中央小方塊，每層 4 小方塊)

09. 有一工程，某男工獨立工作需 6 天完成，某女工獨立工作，則需 12 天完成。試問兩人合作需時幾天才能完成此一工程？

ANS: 4 日 ($\frac{1}{1/6+1/12} = \frac{1}{1/4} = 4$)

10. 如圖所示：三邊均被五等分。試問綠色部分面積佔三角形面積的幾分之幾？



ANS: 12/25 ($6/(6+6.5) = 12/25$)

乙. 11~20 題每題 5 分

11. 裝汽水的箱子有 A 與 B 兩種尺寸。已知 A 尺寸的箱子能裝 4 瓶汽水，B 尺寸的箱子能裝 7 瓶汽水。現在如果要把 41 瓶汽水裝箱。試問需要 A 與 B 兩種尺寸箱子各多少個？(註：每個箱子皆需恰好裝滿)

ANS: A 5 個, B 3 個 ($4A + 7B = 41 \Rightarrow A = 5, B = 3$)

12. 字母 TAIWAN 和數字 2004 分別依下列方式調整其次序。問最少經過幾次調整，TAIWAN2004 又再重新出現？

TAIWAN2004, AIWANT0042, IWANTA0420, WANTAI4200,

ANS: 12 (字母 6 次一循環，數字 4 次一循環，其最小公倍數為 12)

13. 試求 123456789^{25} 的末兩位數字

ANS: 49 (89, 21, 69, 41, 49, 61, 29, 81, 09, 01 ... 10 個一循環)

14. 設有一堆雞蛋，如果每一次移動二個，三個，四個，五個或六個雞蛋時，則都剩下一個，如果一次移動七個雞蛋時，則沒有剩餘。若已知此堆雞蛋最多可有 500 個雞蛋，問此堆雞蛋有多少個？

ANS: 301 ($n-1 = 2a = 3b = 4c = 5d = 6e = 7f - 1 \leq 499 \Rightarrow n = 301$)

15. 老王投籃的命中率是 $5/9$ 。現在他有投三球的機會，試問他恰好投進二球的機率為多少？

ANS: $\frac{100}{243}$ ($3\left(\frac{5}{9}\right)^2\left(\frac{4}{9}\right) = \frac{100}{243}$)

16. 下表中，同行之上下兩符號組成一對新編碼，如第 1 組編碼為 B 數，第 2 組編碼為 E 學，請問第 17 組編碼是什麼？

B	E	H	K	B	E	H	K	B	E
數	學	奧	林	匹	亞	數	學	奧	林

ANS: B 匹 ($17 \equiv 1 \pmod{4}; 17 \equiv 5 \pmod{6}$)

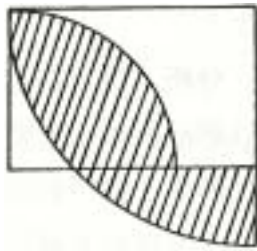
17. 兩列火車相向而行 (亦即：面對面行駛). 甲車每小時行走 45 公里, 乙車每小時走 63 公里. 當兩車交錯通過時, 甲車上的小明, 從看見乙車的車頭到看見車尾, 共經過 6 秒鐘. 試問乙車車長幾公尺 ?

ANS: 180 公尺 ($[(45 + 63) \times 1000] \div 3600 \times 6 = 180$)

18. 有次數學測驗共有 10 題. 它的評分規定是: 答對一題得 10 分, 答錯一題扣兩分. 現在小明回答了全部問題, 卻只得到 64 分. 試問小明答對了幾題 ?

ANS: 7 題 ($10x - 2(10 - x) = 64 \Rightarrow x = 7$)

19. 試求: 下圖中陰影部分的面積, 其中長方形之長與寬分別為 8 與 6 公分(圓周率 π 取 3.14)



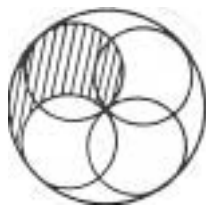
ANS: 30.5 或 $25\pi - 48$ ($3.14 \times 8^2 \times \frac{1}{4} - \left(8 \times 6 - 3.14 \times 6^2 \times \frac{1}{4}\right) = 30.5$)

20. 有 12 個正因數的最小正整數為何 ?

ANS: 60 ($12 = 12(2^1) = 6 \times 2(2^5 \times 3^1) = 4 \times 3(2^3 \times 3^2) = 3 \times 2 \times 2(2^2 \times 3^1 \times 5^1)$)

丙. 21~30 題每題 6 分

21. 下圖中, 大圓的半徑是小圓的 3 倍. 試求陰影部分的周長是大圓周長的幾分之幾 ?



ANS: $7/12$ ($1/3 + 1/4 = 7/12$... 移補小圓(三分之一大圓), 再加上左上四分之一大圓)

22. 97977977797777977779777779..... 第 100 個 9 之前共有幾位數 ?

ANS: 5049 ($1 + \dots + 99 + 99 = 5049$)

23. 將 2, 3, 4, 5 四張卡片擺成兩個分數, 例如 $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{4}{3}$. 試問哪兩個分數的差最小 ?

設此差為 m , 又哪兩個分數之和最大? 設此和為 M . 試求 $m \times M$

ANS: $-161/24$ 或 $-6\frac{17}{24}$ $m = 3/4 - 5/2 = -7/4$; $M = 5/2 + 4/3 = 23/6$

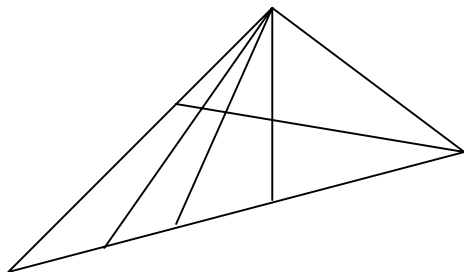
24. 杰倫、依林二人在一圓形跑道上跑步. 杰倫用 36 秒鐘就能跑完一圈, 依林反向跑 12 秒鐘便與杰倫相遇. 試求: 依林跑完一圈需要多少時間 ?

ANS: 18 秒 ($\frac{vt}{36} \times 12 + 12v = vt \Rightarrow \frac{2t}{3} = 12 \Rightarrow t = 18$)

25. 有 100 張的一疊卡片，顏元拿著它們，從最上面的一張開始按如下的順序操作：把最上面的第一張卡片拿掉，把下一張卡片放在這疊卡片的最下面。再把原來的第三張卡片拿掉，把下張卡片放在最下面，重複這樣的步驟，直到手中只剩下一張卡片，請問剩下的這張卡片是原來那一疊卡片的第幾張？

ANS: 72 $((100-2^6) \times 2)$

26. 數一數圖中，有多少個三角形

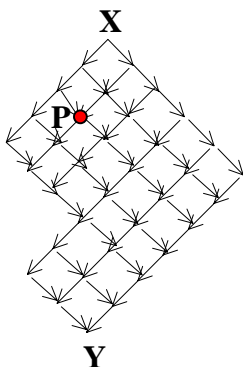


ANS: 24 個 $(10(4+3+2+1)_{upper} + 10(4+3+2+1)_{whole} + 4_{lower} = 24)$

27. 小明班上的小書櫃有歷史，地理，英文，數學四類書。小明的老師規定：每位同學最多可借兩類書而且每類書只能借一本。試問至少需有幾位同學借書，才能保證最少有兩個人所借的書，它們屬於同一類？

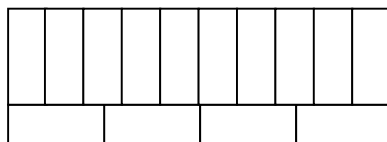
ANS: 11 位同學借書 (只借一本：歷，地，英，數；借兩本：歷地，歷英，歷數，地英，地數，英數 ...共十種方式 ...當鴿巢原理的鴿巢)

28. 按圖中箭頭所指方向。試問：從 X 到 Y 且經過 P，共有多少條不同的路線？



ANS: 159 (累加或不盡相異物排列)

29. 下圖中，有 14 個形狀相同的長方形組成一大矩形，其面積共 560 平方公分，試問大矩形周長？



ANS: 108 公分 $\left(\begin{cases} 10x(y+x) = 560 \\ 14xy = 560 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = 10 \Rightarrow Ans = 2(11x + y) = 108 \right)$

30. 若已知 $a \otimes x = 3 \times x + 2$ 且 $b \square (x-1) = a \otimes (x+1)$ ，其中 $+$ ， $-$ 與 \times 分別為一般慣用之加法，減法與乘法。試求 $b \square (-5)$

ANS: -7 $(b \square (-5) = a \otimes (-4+1) = 3 \times (-3) + 2 = -7)$