

說明：本試卷共計 30 題填充題，滿分 150 分。請依題號將答案填入答案卷中。

## 甲. 1~10 題每題 4 分

01. 設甲、乙兩數，用四捨五入法取得之概算值分別為 21.10 與 20.1。則甲+乙的最小可能實際值為何？

ANS: 41.145...甲之測量單位為 0.01，所以甲的最小值為  $21.10 - \frac{0.01}{2} = 21.095$ .,

乙之測量單位為 0.1，所以乙的最小值為  $20.1 - \frac{0.1}{2} = 20.05$ 。所以甲+乙的最小值為  $21.095 + 20.05 = 41.145$

02. 某正整數用 6 除餘 1，用 10 除不足 5，用 12 除也不足 5。試問此整數最小為何？

ANS: 55 ( $x + 5 = l.c.m(6, 10, 12) = 60 \Rightarrow x = 55$ )

03. 有一物品之定價為 4500 元，打八折出售後業者尚有 20% 之利潤，若打七折出售，則業者有幾元的利潤？

ANS : 150 元

.....  $4500 \times 0.8 = 1.2x \Rightarrow x = 3000 \Rightarrow 4500 \times 0.7 - 3000 = 3150 - 3000 = 150$

04. 若已知  $a, b$  為正整數並滿足  $2000^2 - 1996^2 = 111 \times a^4 \times b^2$ ，請問  $a + b$  之值為何？

ANS: 5 ( $2000^2 - 1996^2 = 111 \times a^4 \times b^2 = 111 \times 2^4 \times 3^2 \Rightarrow a + b = 2 + 3 = 5$ )

05. 現已知分數甲的分子為 143 並已知甲之值介於  $\frac{11}{12}$  與  $\frac{13}{14}$  之間。試問分數甲之值為何？

ANS:  $\frac{143}{155}$  ( $\frac{11}{12} = \frac{11 \times 13}{12 \times 13} = \frac{143}{156} < \frac{143}{?} < \frac{13}{14} = \frac{13 \times 11}{14 \times 11} = \frac{143}{154}$ )

06. 自來水公司有一個直徑為 10 公尺的圓形蓄水池。為了安全起見，自來水公司打算在距蓄水池圓周 2.5 公尺處，築起一道籬笆。現在已知築籬費用為每公尺 2000 元。試問自來水公司需花費多少錢才能完成這項築籬工程？(圓周率  $\pi$  取 3.14)

ANS: 94200 ( $(10 + 2.5 \times 2) \times 3.14 \times 2000 = 94200$ ))

07. 現有大小兩相交圓. 若已知兩圓之重疊部份, 其面積分別為大圓與小圓面積的  $\frac{1}{9}$  與  $\frac{1}{6}$ . 試求大圓與小圓面積之比值

ANS:  $9:6 = \frac{3}{2}$  (若重疊部份為 1, 則大小圓分別為 9, 6 ... 取重疊部份為單位量)

08. 請找出在下列兩圖重疊後的結果

A		B		
		D	C	
	E			G

	G			F
I	K			
			E	

(A)

F		B	G	A
I	K	D	C	
	E		E	G

(B)

A	G	B		F
I	K	D	C	
	E		E	G

(C)

A	G	B		F
K	I	D	C	
	E		E	G


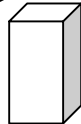
(D)

	E		F	G
I	K	C	D	
A		B	E	

ANS: **(B)**

09. 試求算:  $3 \div 4 \times 6 + \frac{2}{3} \times 6 + 0.75 \times 8$  之值

ANS: 14.5 ( $4.5 + 4 + 6 = 14.5$ )

10. 空間中兩平行且相等的圓形可圍出一個圓柱  , 同樣地, 空間中兩平行且相等的多邊形可圍出一個角柱, 如右圖之四角柱  . 現已知某角柱有 16 個面, 試問這個角柱有幾個頂點?

ANS: 28 個 ( $(16 - 2) \times 2 = 28$ )

## 乙. 11~20 題每題 5 分

11. 小明每 4 天到圖書館一次, 大華每 6 天到圖書館一次. 現已知小明與大華在某個星期三於圖書館相遇. 試問下一次, 小明與大華在星期三於圖書館相遇是幾

天後的事？

ANS: 84 天 ( $l.c.m(4, 6, 7) = 84 \dots$  勿忽略指定星期三相遇 !!!)

12. 某次測驗中，甲、乙、丙三人及格之機率分別為  $\frac{2}{5}$ ， $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ ，試問至少一人及格之機率為何？

ANS:  $\frac{4}{5}$  - .... 1 - 皆不及格...  $1 - (\frac{3}{5})(\frac{1}{2})(\frac{2}{3}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

13. 已知有 A 與 B 兩種酒精溶液, A 溶液的濃度組合為酒精 6 公升, 純水 9 公升而 B 溶液的濃度組合為酒精 9 公升, 純水 3 公升. 現欲利用 A 與 B 兩種酒精溶液調配濃度 50% 的酒精溶液 7 公升. 試問 A 與 B 兩種酒精溶液分別需要幾公升？

ANS: A:5 公升., B:2 公升 ( $\frac{6}{9+6} \times x + \frac{9}{9+3} \times (7-x) = \frac{1}{2} \times 7 \Rightarrow x = 5, 7-x = 2$ )

14. 已知正整數  $a, b, c, d$  滿足  $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{37}{13}$ . 試求算  $a - b + c - d$  之值

ANS: 4 ...  $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{37}{13} = 2 + \frac{11}{13} = 2 + \frac{1}{\frac{13}{11}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{11}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{11}{2}}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}}$

$$\Rightarrow a - b + c - d = 2 - 1 + 5 - 2 = 4$$

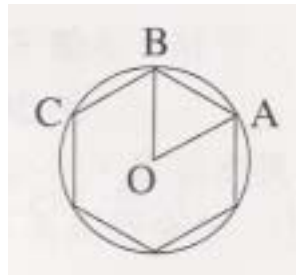
15. 山路長 12000 公尺. 老王有日吃飽沒事可作, 便爬山運動. 已知老王下山速度為上山速度的 2 倍且上山, 下山來回一趟共用了 9 的小時. 試問老王下山, 每小時走幾公尺？

ANS: 4000 公尺 ( $\frac{12000}{x} + \frac{12000}{2x} = 9 \Rightarrow x = 2000 \Rightarrow 2x = 4000$ )

16. 甲的 25% 與乙的 6 成之比值為  $\frac{5}{7}$ . 現已知甲與乙皆為 50 至 100 間的整數. 試求甲與乙之和

ANS: 152 ( $\frac{a/4}{3b/5} = \frac{5a}{12b} = \frac{5}{7} \Rightarrow a:b = 12:7$ )  
 $\Rightarrow 50 \leq 12x, 7x \leq 100 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow a + b = 19x = 152$

17. 如下圖所示, 試求  $\angle AOB + \angle ABC$



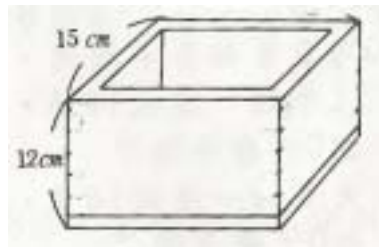
ANS:  $180^0$  ( $60^0 + 120^0 = 180^0$ )

18. 若已知  $a \otimes x = 2 \times x - a$  且  $b \boxminus y = (b+1) \otimes (y+2)$ , 其中  $+$ ,  $-$  與  $\times$  分別為一般慣用之加法, 減法與乘法. 試求  $[7 \boxminus 3] \otimes 6$

ANS: 10

$$([7 \boxminus 3] \otimes 6 = [(7+1) \otimes (3+2)] \otimes 6 = [8 \otimes 5] \otimes 6 = [2 \times 5 - 8] \otimes 6 = 2 \otimes 6 = 2 \times 6 - 2 = 10)$$

19. 如下圖所示, 有一木製無蓋收納箱, 現測量收納箱之外緣, 得知它的長, 寬, 高分別為 22, 15, 12 公分且木板厚度為 1 公分. 試問此收納箱共用了多少體積的木板?



ANS: 1100 立方公分

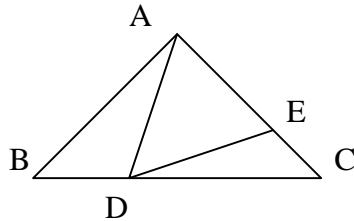
$$(22 \times 15 \times 1 + 2 \times [22 \times (12-1) \times 1 + (15-2) \times (12-1) \times 1] = 330 + 2 \times 385 = 1100)$$

20. 已知數列  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$  滿足:  $a_1 = 3$ ,  $a_{2n-1} : a_{2n} = 3 : 2$ ,  $a_{2n} : a_{2n+1} = 2 : 5$ , 試求  $a_7$

ANS:  $a_7 = \frac{125}{9}$  ( $3 \Rightarrow 2 \Rightarrow \frac{10}{2} \Rightarrow \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{25}{3} \Rightarrow \frac{50}{9} \Rightarrow \frac{125}{9}$ )

丙. 21~30 題每題 6 分

21. 在下圖  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$ ， $\angle BAD = 20^\circ$ 。試求  $\angle EDC$



**ANS:**  $10^\circ$  ( $2x + 20 + (180 - 2y) = 180$ .,  $y = x + \angle EDC \Rightarrow \angle EDC = 10$ )

22. 87877787777787777778777777787777777778..... 第 60 個 8 之前共有幾位數？

**ANS:** 3540 (原式可改寫成：

8(78)(7778)(77778)(777778)(7777778)(77777778).....

.....  $1 + 2 \times (1 + \dots + 59) - 1 = 1 + 3540 - 1 = 3540$ )

23. 在哈魯巴魯島上，人們慣用  $A$  進位記數系統 (亦即：單位數量滿  $A$  便進位) 來計算數量。現已知：島上的小威於 44 歲時大學畢業，一年後，這位 100 歲的早熟年青人與 34 歲的美少女結婚，兩人相差 11 歲，雖說年紀相當，但眾親友仍覺不速配！試求  $A$  之值

**ANS:**  $A = 5$  .... ( $100_A = A^2_{10}$ ;  $44_A = (4A + 4)_{10} \Rightarrow A^2 = (4A + 4) + 1 \Rightarrow A = 5$ )

24. 現已知有一個長，寬，高邊長為相異正整數的長方體，其表面積為 148 平方公分，體積為 120 立方公分。試問相距最遠的兩頂點距離平方為何？

$$2(ab + ac + bc) = 148; abc = 120; a < b < c \in N$$

**ANS:**  $77$  ( $\Rightarrow a = 4, b = 5, c = 6 \Rightarrow (\sqrt{a^2 + b^2 + c^2})^2 = 77$ )

25. 已知兩個等差數列的前面  $n$  項和的比值為  $\frac{3n+2}{5n-1}$ 。試求這兩個等差數列的第 7 項比值

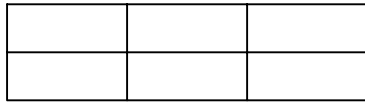
**ANS:**  $\frac{41}{64}$

(利用：

$$\frac{A_n}{B_n} = \frac{(n/2) [2a_1 + (n-1)d_a]}{(n/2) [2b_1 + (n-1)d_b]} = \frac{a_1 + [(n-1)/2] d_a}{b_1 + [(n-1)/2] d_b} = \frac{a_1 + [k-1] d_a}{b_1 + [k-1] d_b} = \frac{a_k}{b_k}, k-1 = \frac{n-1}{2}$$

$$\dots k-1 = 6 = \frac{n-1}{2} \Rightarrow n = 13 \Rightarrow \text{Ans} = \frac{3 \times 13 + 2}{5 \times 13 - 1} = \frac{41}{64})$$

26. 數一數圖中，有多少個長方形



ANS: 18 個 (6 單+4 橫二單+2 橫三單+3 縱二單+2 橫縱皆二單+1 橫三縱二單)

27. 老王在某停電的夜晚，欲去大安國小洽公。因老王平常不穿襪子，故家中的紅色，黃色，綠色，橙色等四雙襪子並無特意分雙整理。試問：老王在匆忙中，至少應帶幾隻襪子出門，方能藉助外面皎潔的月光，穿好一雙同色的襪子？！

ANS: 5 隻襪子 (紅色，黃色，綠色，橙色 ... 共 4 種方式 ... 當鴿巢原理的鴿巢 ... 填不滿，用不盡者當鴿巢)

28. 甲，乙，丙三人為好友。現已知

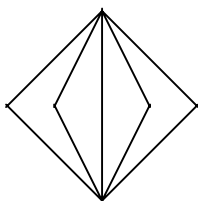
- a. 三人職業為老師，工程師與銀行經理
- b. 甲收入比工程師多
- c. 甲為乙太太的哥哥
- d. 老師收入為三人中之最少者
- e. 老師尚未結婚

試問丙的職業？

ANS: 老師

	老師	工程師	銀行經理
甲	0 (F) .... d $\Rightarrow$	0 (F) .... b $\Rightarrow$	1 (T) $\Downarrow$
乙	0 (F) .... e $\Rightarrow$	1 (T) ... c $\Downarrow$	$\Leftarrow$ 0 (F) $\Downarrow$
丙	1 (T)	$\Leftarrow$ 0 (F)	0 (F)

29. 試求下圖，一筆劃之方法數有幾種？(一筆劃意謂：筆不停頓且路徑不重複地劃出完整圖形)



ANS: 120 種 (  $(2 \times 2_{\text{circles}} + 1)! = 120$  )

30. 用 2, 3, 5, 7, 8 五個數字可以組成 120 個數字皆不同的四位數. 試求這些 120 個四位數的總和

**ANS: 666600**  $((2+3+5+7+8) \times 24 \times (1000+100+10+1) = 666600)$