

說明：本試卷共計 30 題填充題，滿分 150 分。請依題號將答案填入答案卷中。

**甲. 1~10 題每題 4 分**

01. 大丸子從一本書的 50 頁閱讀到 67 頁，小丸子從 95 頁閱讀到 130 頁，花輪從 192 頁閱讀到 225 頁。他們總共閱讀了多少頁？

**ANS:** 88...植樹問題 - 首尾皆算，相減後需再加 1:

$$(67-50+1)+(130-95+1)+(225-192+1)=18+36+34=88$$

02. 如果 A 的  $\frac{3}{4}$  等於 B 的  $\frac{5}{6}$ ，那麼 A 等於 B 的幾分之幾？

(A)  $\frac{3}{5}$  (B)  $\frac{10}{9}$  (C)  $\frac{7}{8}$  (D)  $\frac{6}{5}$  (E)  $\frac{5}{7}$ 。

**Ans:** (B)...分數等式交叉相乘:  $\frac{3A}{4} = \frac{5B}{6} \Rightarrow 9A = 10B \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{10}{9}$

03. 用一只茶杯將水倒入一只空水瓶裡，如果 4 杯水(杯子裝滿)倒入這水瓶裡，這水瓶和水的重量是 720 克。如果 7 杯水(杯子裝滿)倒入這水瓶裡，這水瓶和水的重量是 840 克。求空水瓶的重量。

**ANS:** 560 克...依題意列關係式，掌握不變量或特殊量或出現頻率高者來下手 -

雞兔同籠異類方程組:  $x+4y=720, x+7y=840 \Rightarrow y=40 \Rightarrow x=560$

04. 老王自己能夠在 20 天裡喝完一桶葡萄酒。如果老王與他的妻子共同喝這桶葡萄酒，能夠在 12 天裡喝完。試問老王的妻子自己喝完這桶葡萄酒需要多少天？(假定他們每天喝葡萄酒的容量相等)

**ANS:** 30...依題意列關係式 - 工作完成計為 1:

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{y}\right) \times 12 = 1 \Rightarrow \frac{12}{y} = \frac{8}{20} \Rightarrow 8y = 240 \Rightarrow y = 30$$

05. 已知:  $A > D, C < A, D < C, B < D$ . 試問 A、B、C、D 的大小關係

**ANS:**  $A > C > D > B$  ... 將條件逐一排列在一起

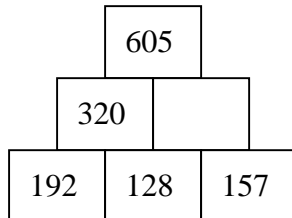
06. 有棵樹高 10 公尺，有隻蝸牛每天早上可往上爬 3 公尺，但過了一個晚上又往下掉了 2 公尺，請問蝸牛第幾天才能爬到樹的頂端？

**ANS:** 第 8 天...一白天一夜間只進展  $3-2=1$  公尺，六白天六夜晚及一個白天共進展  $6+3=9$  公尺，故需七白天七夜晚及一個白天  $7+3=10$ 。

07. 一列火車全長 200 公尺，以每分鐘 600 公尺的速度通過一座長 4300 公尺的隧道。試問自車頭進入隧道到車尾離開隧道，共需耗用多少時間？

**ANS:** 7.5 分...從車頭進入隧道到車尾離開隧道，共行駛  $4300 + 200 = 4500$  公尺，故需耗用  $4500 \div 600 = 7.5$

08. 試問下圖空格處應填多少？



**ANS:** 285 ...  $192 + 128 = 320 \Rightarrow 128 + 157 = 285$  s.t.  $320 + 285 = 605$

09. 老王有 15 件不同的上衣, 12 件不同的短褲, 6 雙不同的涼鞋. 請問: 他有幾種不同的穿著搭配方法？

**ANS:** 1080...  $15 \times 12 \times 6 = 1080$  ... 利用乘法原理

10. 大明帶著 11200 元要到銀行換鈔，他想換 500 元和 100 元的新鈔票，而且換得 100 元新鈔的張數是 500 元新鈔張數的三倍，試問他可以換到 100 元的新鈔票共幾張？

**ANS:** 42 張...  $500 \times 1 + 100 \times 3 = 800 \Rightarrow 11200 \div 800 = 14 \Rightarrow 14 \times 3 = 42$

## 乙. 11~20 題每題 5 分

11. 一輛卡車，以不變的速度從城市甲到城市乙需要 8 個小時，一輛機車，也以不變的速度從城市乙到城市甲需要 12 個小時。這兩輛車，在相同的時間開出，並且它們在離城市乙 30 公里處相遇，試求甲，乙兩城市間的距離

**ANS:** 75 公里...距離等於速度乘以時間 - 掌握不變量來列式 - 相會處所費時間

相同且兩者所行距離恰為甲乙之全長:  $\text{Time} = \frac{x - 30_{\text{distance}}}{\frac{x}{8_{\text{velocity}}}} = \frac{30_{\text{distance}}}{\frac{x}{12_{\text{velocity}}}} \Rightarrow x = 75$

12. 一個男孩在寫出它的父親的年齡後，接著寫上他自己的年齡構成一個 4 位數，然後他從這個 4 位數中減去他們之間的年齡差，得到數字 4083。試求這個男孩的年齡。

**ANS:** 12...依題意列關係式 - 父子年齡，運用算盤開式概念  $abcd = 100 \times ab + cd$  :  
 $4083 = ab_{\text{father}}cd_{\text{son}} - (ab - cd) = 100ab + cd - (ab - cd) = 99ab + 2cd = 99 \times 41 + 24$   
 $\Rightarrow cd = 12$

13. 某校朝會檢查學生服裝儀容得到下面資訊：

$\frac{3}{10}$  的學生染頭髮； $\frac{1}{3}$  的男生染頭髮； $\frac{1}{4}$  的女生染頭髮。試問學生的幾分之幾是男

生？

ANS:  $\frac{3}{5}$ ...

$$\frac{3 \times (x+y)}{10} = \frac{x}{3} + \frac{y}{4} \Rightarrow 18x + 18y = 20x + 15y \Rightarrow 3y = 2x \Rightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{2x}{2x+2y} = \frac{3y}{3y+2y} = \frac{3}{5}$$

14. 試求下列兩個分數差之絕對值

$$\frac{1111}{11111}, \frac{111}{1111}$$

ANS:  $\frac{1000}{12344321}$  .....利用連續性重複數字引進符號取代同型項，再配合算盤展

開式，簡化問題

$$\begin{aligned} \frac{1111}{11111} &= \frac{A}{11110+1} = \frac{A}{10A+1}; \frac{111}{1111} = \frac{B}{1110+1} = \frac{B}{10B+1} \\ \Rightarrow \frac{A}{10A+1} &= \frac{A(10B+1)}{(10A+1)(10B+1)} = \frac{10AB+A}{(10A+1)(10B+1)} \\ \frac{10AB+B}{(10A+1)(10B+1)} &= \frac{B(10A+1)}{(10A+1)(10B+1)} = \frac{B}{10B+1} \\ \Rightarrow \text{Ans} &= \frac{1111-111}{11111 \times 1111} = \frac{1000}{12344321} \end{aligned}$$

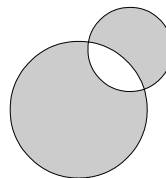
15. 試求算  $2005 \times 20062006 - 2006 \times 20052005$

ANS: 0 .....利用連續性重複數字引進符號取代同型項，再配合算盤展開式，簡化問題

$$\begin{aligned} &2005 \times 20062006 - 2006 \times 20052005 \\ &= a \times (20060000 + 2006) - b \times (20050000 + 2005) \\ &= a \times 10001 \times b - b \times 10001 \times a = 0 \end{aligned}$$

16. 右圖中，小圓的  $\frac{5}{7}$  是陰影部分，大圓的  $\frac{7}{8}$  是

陰影部分，試求小圓的陰影部份面積對大圓的陰影部份面積之比值。



ANS:  $\frac{5}{14}$  ...特殊量為共同分享的無陰影處：

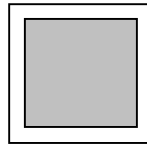
$$(1 - \frac{5}{7})A_{\text{Small}} = (1 - \frac{7}{8})B_{\text{Big}} \Rightarrow 16A = 7B \Rightarrow \text{Ans} = \frac{5A/7}{7B/8} = \frac{40A}{49B} = \frac{40 \times \frac{7B}{16}}{49B} = \frac{5}{14}$$

17. 時間在十點半時，分針和時針所成不大於 180 度的角是幾度？

ANS:  $135^\circ$  ... 針之交角 - 時針 5 格/時; 分針 60 格/時 -  $x$  時  $y$  分, 時針位於

$$x \frac{y}{60_{\text{hr}}} \times 5 \text{ 格}, 1 \text{ 格有 } 6^\circ: 5 \times 10.5_{\text{hr}} - 1 \times 30_{\text{min}} = 22.5_{\text{unit}} = \frac{22.5}{60} \times 360^\circ = 135^\circ$$

18. 如下圖，中間是一個正方形花園，花園四周有 3 公尺寬的水泥路，如果水泥路的總面積是  $156m^2$ ，試求算花園的面積



ANS:  $100m^2$  ... 將水泥路切出 4 個邊長 3m 的正方形，配合題目條件可得

$$3x \times 4 + 3 \times 3 \times 4 = 156 \Rightarrow 12x = 120 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow x \times x = 100$$

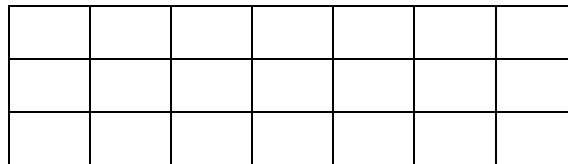
19. 甲公司舉辦年終摸彩活動，發出的彩券號碼從 1 號到 4700 號，頭獎號碼為 2357 號，二獎號碼為末三位是 769、321、545，試求算此次年終摸彩的中獎機率。

ANS:  $\frac{3}{940}$  ..... 頭獎: 1 張 2357., 二獎: 末三位為 769 (超過 4700 的末三位數) 有

769, 1769, 2769, 3769 共 4 張, 末三位為 321、545 (未超過 4700 的末三位數) 有 321, 1321, 2321, 3321, 4321; 545, 1545, 2545, 3545, 4545 共  $5 \times 2 = 10$  張,

$$\text{故所求中獎機率為 } \frac{1+4+10}{4700} = \frac{3}{940}$$

20. 在這個圖形中，有多少個矩形(包括正方形)？



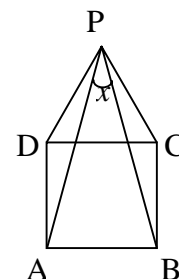
ANS: 168... 計長方形數- 組合公式  $C_2^{\text{row}} \times C_2^{\text{column}}$  .... 單計正方形需依邊長分割處

$$\text{理: } C_2^4 \times C_2^8 = 6 \times 28 = 168$$

### 丙. 21~30 題每題 6 分

21. 在右圖中， $\overline{PD} = \overline{DA}$ , ABCD 是一個矩形, PDC 為以

DC 為底且底角為  $50^\circ$  之等腰三角形，試求角  $x$ 。



**ANS:**  $40^{\circ}$  ...

$$\angle PDC = \angle PCD = 50^{\circ} \Rightarrow \angle PDA = \angle PCB = 50^{\circ} + 90^{\circ} = 140^{\circ}$$

$$\Rightarrow \angle PAD = \angle PBC = \frac{180^{\circ} - 140^{\circ}}{2} = 20^{\circ} \Rightarrow \angle PAB = \angle PBA = 90^{\circ} - 20^{\circ} = 70^{\circ}$$

$$\Rightarrow x = 180^{\circ} - 70^{\circ} - 70^{\circ} = 40^{\circ}$$

22. 一個 112 位的數，它的每一位數字都是 2。問：這個數除以 7，餘數是多少？

**ANS:** 3... 同餘找周期 - 重複性數字同餘可用因倍數判別法 - 7 的倍數由右至左，每三位數字一區間，依序為 1st, 2nd, ... 區間，只要(奇數區間和)減(奇數區間和)為 7 的倍數即可判定原數為 7 的倍數：

$$[\underbrace{222 + \dots + 222}_{19}] - [2 + \underbrace{(222 + \dots + 222)}_{18}] = 220 \equiv 3 \pmod{7} \dots 112 \div 3 = 37 \text{ cycles with length } 3 \dots 1$$

23. 某准考證的編號是個 10 位數，如下面的方框所示，已知它的每三個相鄰數字之和都是 17。試求  $a$  的值。

$a$				8				5	
-----	--	--	--	---	--	--	--	---	--

**ANS:** 4...:

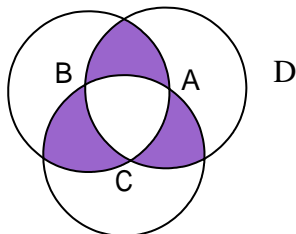
$$axyz8tsr5u \Rightarrow a + x + y = x + y + z = y + z + 8 \Rightarrow a = z, x = 8$$

$$\Rightarrow (a8y)(a8y)(a8y)a = axyz8tsr5u \Rightarrow y = 5, a = 17 - 8 - y = 17 - 13 = 4$$

24. 有編號 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13 的學生順時針圍成一個圓圈並由其中一人開始，依順時針方向，按左、右報數，凡是報到左的人就蹲下(不可再報數)。依此方式一直報數下去，最後剩下 13 號一個人站著。請問應由哪一號起報數呢？

**ANS:** 4 號.....因留下 11 (奇數號)，故由對 2 同餘概念知，必由偶數號開始報數。再由 2 或 4 或 6 或 8 或 10 或 12 逐一檢驗淘汰。

25. 在圖中，A、B 和 C 分別是 3 個圓的圓心，每個圓的半徑是 21 公分，試求陰影部分面積。(圓周率  $\pi$  取 3.14)



**ANS:**  $692.37 \text{ cm}^2$  ... 連接 A 和 B, B 和 D. 配合移補概念，移補出  $60^{\circ}$  扇形  $\square ABD$  所以，扇形  $\square ABD$  所成陰影面積

$$= \frac{60}{360} \times 21 \times 21 \times 3.14 = \frac{692.37}{3} \Rightarrow \frac{692.37}{3} \times 3 = 692.37$$

26. 試求算  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 14 \times 15 \times 16$  除以 45045 的餘數。

**ANS:** 0... 將 45045 作質因數分解  $45045 = 3^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$

所以 45045 是  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 14 \times 15 \times 16$  的因數，故餘數為 0

27. 一個口袋裡裝有 100 個球，其中 30 個是紅球，30 個是綠球，30 個是黃球，其餘是黑球和白球。為了確保取出的球中至少包含有 25 個同色的球。問：最少必須從袋中取出幾個球？

**ANS:** 83..."限量"之鴿巢原理-用不盡者當鴿巢...必要時可輔之以表格或樹狀圖來作答:"限量"之鴿巢原理 - 討論基礎待求量的可能性，不符者先排除 - 因 R30, G30, Y30, BW10, 所以四類顏色(當鴿巢), 只有 R, G, Y 符合所求之基礎待求量 (25): 最糟狀況取盡 BW 類的 10 個球, 剩下三類 90 個球, 由鴿巢原理知 - 至少, 需再取  $24 \times 3 + 1 = 73$  個球. 故至少共需取  $10 + 73 = 83$  個球.

28. 五個男孩小明、小華、小新、小強和小白參加一項比賽。賽前，有 4 位觀眾對這項比賽做了如下的預測：

觀眾甲：小白第 3 名，小明第 4 名。

觀眾乙：小明第 3 名，小華第 1 名。

觀眾丙：小華第 4 名，小強第 2 名。

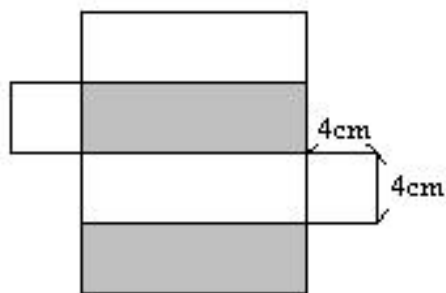
觀眾丁：小強第 1 名，小新第 3 名。

實際比賽結果顯示：每位觀眾的兩句話中恰只有一句是對的。請問小白第幾名。

**ANS:** 第 5 名...小明、小華、小新、小強和小白分別用 ABCDE 來取代., 由重複出現最多的有效敘述出發列出所有可能...因為名次為所求重心，其中第 3 名出現最多，故由此下手：

$$E \neq 3 (A = 4) \Rightarrow A \neq 3 (B = 1) \Rightarrow B \neq 4 (D = 2) \Rightarrow D \neq 1 (C = 3) \Rightarrow E = 5$$

29. 下圖為長方體紙盒的展開圖，已知該紙盒的表面積為 272 平方公分，試求這個長方體紙盒的體積。



$$\text{ANS: } 240 \text{ cm}^3 \dots 4x \times 4 + 4 \times 4 \times 2 = 272 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow \text{Ans} = 15 \times 4 \times 4 = 240$$

30. 在 100 和 600 之間，有多少個整數包含數字 3？

**ANS:** 176...特定數字之個數討論 -分恰一個，恰二個,...來討論:

$$1(3)(0 \sim 9 \setminus \{3\}) \dots 9_{\text{piece}}, 1(0 \sim 9 \setminus \{3\})(3) \dots 9_{\text{piece}}, 1(3)(3) \dots \text{total} = 19$$

$$2(3)(0 \sim 9 \setminus \{3\}) \dots 9_{\text{piece}}, 2(0 \sim 9 \setminus \{3\})(3) \dots 9_{\text{piece}}, 2(3)(3) \dots \text{total} = 19$$

$$3(0 \sim 9)(0 \sim 9) \dots 10 \times 10 = 100$$

$$4(3)(0 \sim 9 \setminus \{3\}) \dots 9_{\text{piece}}, 4(0 \sim 9 \setminus \{3\})(3) \dots 9_{\text{piece}}, 4(3)(3) \dots \text{total} = 19$$

$$5(3)(0 \sim 9 \setminus \{3\}) \dots 9_{\text{piece}}, 5(0 \sim 9 \setminus \{3\})(3) \dots 9_{\text{piece}}, 5(3)(3) \dots \text{total} = 19$$