

2022 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：110.12.12

考試時間：09：00～11：00

說明：本試卷共計 30 題填充題，滿分 150 分。請依題號將答案填入答案卷中。

甲、1~10 題每題 6 分，乙、11~20 題每題 5 分，丙、21~30 題每題 4 分。

甲

1. 計算以下算式的值：

$$\frac{30 + 29 + 28 + 27 + \cdots + 2 + 1}{30 - 29 + 28 - 27 + \cdots + 2 - 1} = ?$$

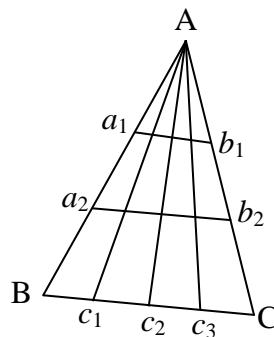
2. 小明班上有 10 位同學，他們的身高由矮至高排列如下（單位：公分）：

144、145.5、147.5、149、149.5

151、151.5、151.5、153.5、157

求全班同學身高的算術平均數。

3. 若 a_1, a_2 為 \overline{AB} 上的 2 個點， b_1, b_2 為 \overline{AC} 上的 2 個點， c_1, c_2, c_3 為 \overline{BC} 上的 3 個點，如右圖。試問圖中有幾個三角形？



4. 若沿著牆邊種樹，並且兩端都要種，首先在左端種下樹，然後隔 7 公尺種一棵，接著再隔 3 公尺種一棵，依此規律，在種到 100 顆時正好在牆的最右端，問牆的長度是多少公尺？
5. 有一名不肖顧客拿著一疊混入百元鈔的千元鈔至便利商店結帳，店員以數鈔機數出這疊鈔票共有 100 張，然而在結算金額時，發現這疊鈔票的金額僅有 88300 元。請問這位不肖顧客在這疊鈔票中混入了幾張百元鈔？

2022 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：110.12.12

考試時間：09：00～11：00

6. 小玫打算在升國中前，將老師給他的國中常考英文單字清單給背完。他第一天先背下了清單中 $\frac{1}{21}$ 的單字，但是隔天發現他忘了 8 個，於是為了趕進度，他將沒背起來的單字的 $\frac{1}{18}$ 背起來之後，再額外多背起 10 個單字。此時他發現清單中還剩 942 個單字沒背起來。那麼老師給他的清單中有幾個單字？

7. 求

$$\frac{102}{101} + \frac{103}{102} + \frac{104}{103} + \frac{105}{104} + \cdots + \frac{200}{199} = ?$$

的整數部分為何？

8. 若

$$\left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243}\right) = 1 - \frac{1}{\square}$$

求 $\square = ?$

9. 已知 A 為大於 4 的正整數。若 $A \div 5$ 的餘數為 4， $A \div 7$ 的餘數為 4，求 A 的最小值為何？

10. 地球表面陸地可分為七大洲。下表是七大洲大約面積，以及各洲在南北半球的分布狀況。

各洲名稱	各洲大約面積 (百萬平方公里)	各洲在南北半球的分布狀況
亞洲	44	幾乎都位於北半球
歐洲	10	全部位於北半球
北美洲	25	全部位於北半球
非洲	30	$\frac{3}{5}$ 位於北半球， $\frac{2}{5}$ 位於南半球
南美洲	18	幾乎都位於南半球
大洋洲	9	幾乎都位於南半球
南極洲	14	全部位於南半球
合計	150	

已知一個人造衛星發生故障後，預計一定會墜落在其中一塊陸地上。假設這顆衛星墜落在這些陸地各個位置的機率是一樣的，那麼這顆衛星墜落在「非洲北半球」的機率約是多少？

2022 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：110.12.12

考試時間：09：00～11：00

乙

11. 若已知籃子 A 每籃可裝 12 顆蘋果，籃子 B 每籃可裝 5 顆蘋果。使用 x 個籃子 A 及 y 個籃子 B 可剛好裝完 99 顆蘋果，若籃子的總數大於 10，求 $x+y=?$

12. 某公共租用單車以 30 分鐘為單位（不足 30 分鐘的部分也視同租了 30 分鐘）收取租金，規則如下：

- (一) 4 小時以內（包含恰 4 小時）的部分，每 30 分鐘計收 10 元。
- (二) 超過 4 小時但在 8 小時以內（包含恰 8 小時）的部分，每 30 分鐘計收 20 元。
- (三) 超過 8 小時的部分，每 30 分鐘計收 40 元。

小明借車卻忘記還，在收到通知還車之後，共繳了 840 元的租金。假如小明租借的時間最接近 A 小時，其中 A 是個整數，那麼 A 是多少？

13. 將 202123 的各個位數重新排列成一個 6 位數，例如重排成：222013。請問可以重排出幾個相異且為偶數的 6 位數。

14. 已知甲是個整數

$$\begin{cases} \text{甲} \div 7 = \text{乙} \cdots 5 \\ \text{甲} \div 17 = \text{丙} \cdots 15 \end{cases}$$

那麼所有甲可能代表的數中最接近 2000 的是多少？

15. 規定一種適用於正整數的新運算「 $*$ 」： $a*b$ 等於 a 與 b 乘積的個位數。

例如： $3*2=6$ 、 $7*8=6$ 。求以下算式的值：

$$2*4*8*16*\cdots*1024=?$$

2022 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

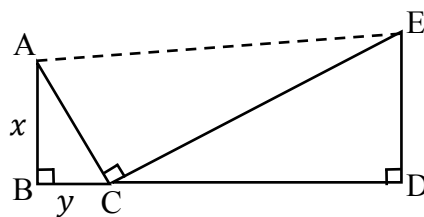
考試日期：110.12.12

考試時間：09：00～11：00

16. 若五個輪胎的半徑由小到大分別為 r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 ，已知輪胎半徑皆為整數且介在 15 公分至 85 公分之間，若後一個輪胎的半徑是前一個輪胎半徑的 1.5 倍。試問 $r_4 = ?$

17. 如右圖，C 為 \overline{BD} 上的一點，若 $\angle ABC = \angle ACE = \angle EDC = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{CE} = 4$ ， $\overline{AE} = 5$ ，梯形 ABDE 的周長為 14.8，已知 $\overline{CD} = \frac{4}{3} \times \overline{AB}$ ，

$\overline{DE} = \frac{4}{3} \times \overline{BC}$ ，求三角形 ABC 的周長為何？



18. 一種在常見的擲骰子遊戲稱做「十八骰子」，玩法是玩家一次擲出四顆骰子，當其中有兩顆骰子點數一樣時才會計分。計點方式是扣除兩顆點數相同的骰子不算點，其餘兩顆點數合計即為所得點數。例如：2234 是七點、4423 是五點。若有兩組骰子點數相同（包含四個都相同），則以點數較大者之合計為所得點數，例如：2233 是六點、4444 是八點。如果有三顆骰子相同且另一顆不同則必須重擲。今甲、乙兩人各擲出一次，甲得到十一點，乙得到十二點，巧的是兩人各別擲出的四個骰子點數總和都剛好是三的倍數。請問，兩人擲出的所有骰子點數總和為何？

19. 有甲、乙兩個齒輪互相咬合，觀察兩齒輪轉動可知：當甲齒輪轉 23 圈時，乙齒輪轉 13 圈。而且已知甲、乙齒輪的齒數皆約一百多齒，則乙齒輪的齒數為何？

20. 已知下列關係：

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{a \times b}, \text{ 例如：} \frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{4}{3 \times 7}.$$

求以下算式的值：

$$\frac{2}{(2-1)(4-1)} + \frac{4}{(4-1)(8-1)} + \frac{8}{(8-1)(16-1)} + \cdots + \frac{1024}{(1024-1)(2048-1)} = ?$$

2022 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

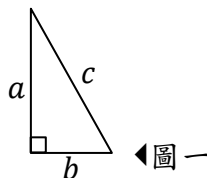
考試日期：110.12.12

考試時間：09：00～11：00

丙

21. 如圖一，已知直角三角形三邊長關係為：

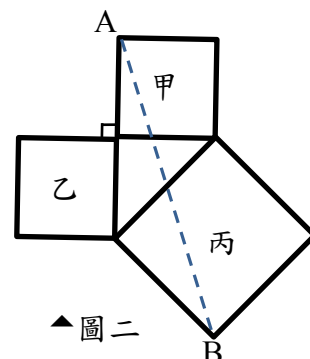
$$a \times a + b \times b = c \times c$$



圖一

如圖二，甲、乙、丙為三個正方形，且甲、乙兩個的面積皆為 4，

$\overline{AB} \times \overline{AB}$ 為何？

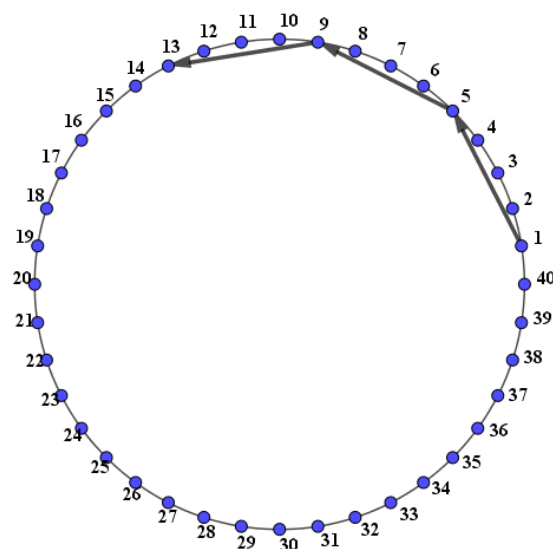


圖二

22. 甲、乙兩人分別同時用固定的速率從 A、B 兩個位置沿著 \overline{AB} 相向起跑。在離 A 點 60 公尺的地方第一次相遇之後，兩人繼續以原來的速度前進。接著各自抵達對方起始位置後，都立即以原來的速度返回，又在距 B 點 70 公尺處第二次相遇。問 \overline{AB} 為多少公尺？

23. 設有一數列 $\{a_n\}$ ，其中 $a_1 = 996$ ， $a_2 = 1000$ ， $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$ ($n \geq 3$)，求 a_{2022} 的值。

24. 全班有 40 位同學圍成一圈逆時針輪流自我介紹，如圖。輪流方式為：由 1 號同學開始，接著每次同學完成介紹皆先逆時針跳過 3 人，由第 4 人自我介紹。但如果剛好輪到已經介紹過的同學，則順延至尚未自我介紹的人。例如：在第一圈輪流時，1 號接著是 5 號，而 37 號接著是 2 號。那麼 23 號同學是第幾個自我介紹？



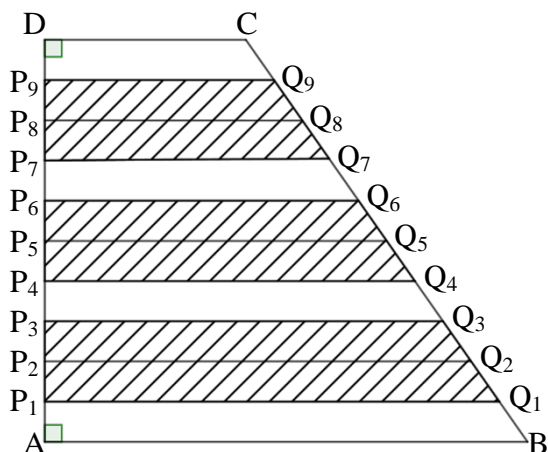
2022 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：110.12.12

考試時間：09：00～11：00

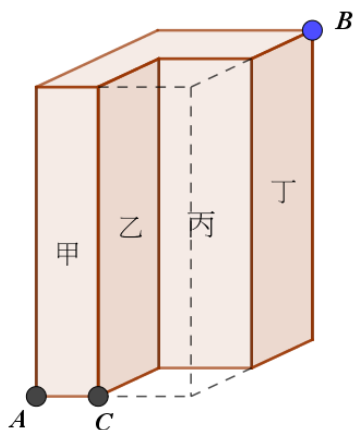
25. 如下圖，有梯形 $ABCD$ 。其中 \overline{AB} 平行於 \overline{CD} 且 \overline{AB} 垂直於 \overline{AD} 。

已知 \overline{AD} 被 $P_1、P_2、\dots、P_9$ 等 9 個均分成 10 等分，而 \overline{BC} 被 $Q_1、Q_2、\dots、Q_9$ 等 9 個均分成 10 等分。若圖中斜線區域的面積為 120 平方公分，則此梯形的面積為何？



26. 有一個大長方體，從一個角落切去一塊小長方體形成一個 L 形柱體如圖。

有一隻螞蟻從 A 點沿著這個物體的甲、乙、丙、丁等 4 個平面走最短距離抵達 B 點，已知這隻螞蟻的出發方向與 \overline{AC} 邊夾 60° 且共走了 75 公分，求 L 形柱體底部的周長為多少公分？



27. 小明家養了一隻柴犬，而小華家養了一隻土狗。依照過往的經驗可以預估，小明家的柴犬會在 20 天吃完 3 包飼料，小華家的土狗會在 16 天吃完 4 包飼料。由於小華家最近全家長期出國，將家裡的土狗送至小明家寄養。若小明先買好 20 包飼料給這兩隻狗吃，則這些飼料會在幾天吃完？（不到一天用一天來算）

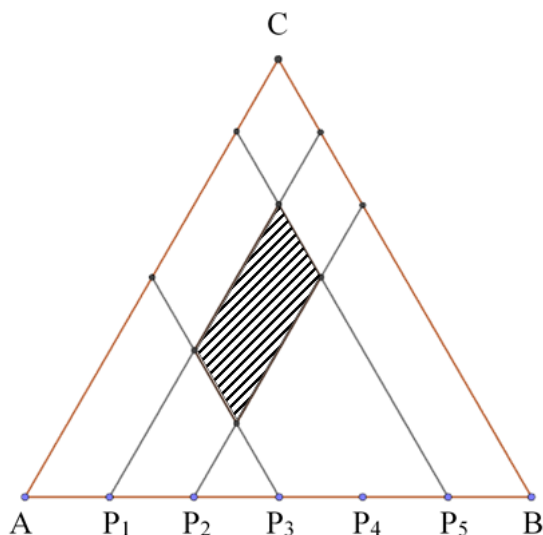
2022 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：110.12.12

考試時間：09：00～11：00

28. 正三角形 ABC 中 AB 邊上有 P_1 、 P_2 、...、 P_5 等五個點將其分成 6 等份。

分別過 P_1 、 P_2 畫出與 AC 邊平行的線段，再過 P_3 、 P_5 畫出與 BC 邊平行的線段，並圍出如圖中斜線區域。已知斜線區域面積為 4，求三角形 ABC 的面積。



29. 六年甲班在班級同樂會時玩一個數學遊戲，規則是：同學們從 1 開始喊連續正整數，但當遇到 3 的倍數或數字中有 3 的情況，就不能喊出那個數字而以拍手代替。例如：輪到 3、6、9、12、13、...、35、..... 等等都必須以拍手代替喊出該數字。那麼第 110 次拍手時是輪到哪個整數？

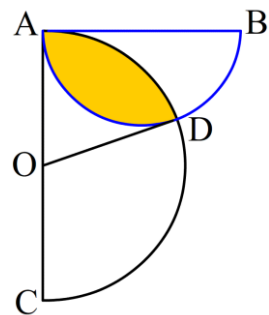
30. 已知半圓 ADB 與半圓 ADC 交於 A、D 兩點，O 為半圓 ADC 之圓心，且 \overline{AB} 垂直 \overline{AC} 。

若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 2 \times \sqrt{3}$ ， $\angle AOD = 60^\circ$ 。求圖中鋪色區域的面積。

(圓周率以 π 表示。)

註：1、正三角形面積公式 = $\frac{\text{邊長} \times \text{邊長} \times \sqrt{3}}{4}$

2、 $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$



2022 亞太區小學奧林匹亞數學競賽臺灣區初賽

考試日期：110.12.12

考試時間：09：00～11：00

說明：請依題號將答案填入答案卷中。

准考證號碼：《准考證》

甲、1~10 題每題 6 分。

1	31	2	150	3	30	4	497
5	13	6	1050	7	99	8	729
9	39	10	$\frac{3}{25}$				

初 閱	
複 閱	

乙、11~20 題每題 5 分。

11	17	12	15	13	68	14	2021
15	8	16	54	17	7.2	18	33、39
19	184	20	$\frac{2046}{2047}$				

初 閱	
複 閱	

丙、21~30 題每題 4 分。

21	40	22	110	23	-4	24	26
25	200	26	75	27	50	28	36
29	236	30	$\frac{5\pi}{6} - \sqrt{3}$				

初 閱	
複 閱	